

XXII
SOBRAPO
SOBRAPO
SOBRAPO
SOBRAPO
SOBRAPO

Simpósio
Brasileiro de
Pesquisa
Operacional

18-20 de outubro de 1999
Fortaleza - Ceará

OTIMIZAÇÃO DAS PERDAS EM CORTES DE BARRAS PARA ESTRUTURA DE CONCRETO ARMADO: UM SISTEMA COMPUTACIONAL

Ricardo Rola Mota
Pauta – Engenharia Ltda

Antonio Clecio Fontelles Thomaz & Renato Craveiro de Souza
Departamento de Estatística e Matemática Aplicada
Universidade Federal do Ceará

RESUMO

Este trabalho propõe um estudo para otimizar as perdas em cortes de barras de aço na construção civil, baseado em modelos de otimização linear. Apresentamos um eficiente algoritmo exato para geração e otimização de planos de corte, usando técnicas tipo “branch-and-bound“ com regras de eliminação de ramificações considerando somente planos viáveis. Um sistema interativo foi desenvolvido em linguagem de programação PROFORT (PROfessional FORtran) para microcomputadores tipo PC-XT que possibilita ao usuário: entrar com os dados da “armadura“; proceder a otimização e emitir relatórios sobre o plano ótimo de corte a ser adotado. Apresentamos ainda, um estudo de caso aplicado à estrutura de Edifício SAFIRA com volume de 135 ton de aço, onde realizamos análise comparativa.

ABSTRACT


This paper presents a study for optimizing the loss in cuts of bars of steel in civil engineering, based in models of linear optimization. We present an efficient exact algorithm for generating and optimizing the cut of plans, using the technique of “branch-and-bound“ with elimination rules to aim only feasible plans. An interactive system was developed in PROFORT (PROfessional FORtran) language for microcomputer PC-XT, making possible: Input of data of “structure“; optimization and printout of the optimal cut of plans. We present a case study applied to the structure of building SAFIRA with 135 tons of steel, where we perform a comparative analysis.

1. INTRODUÇÃO

Na engenharia da construção civil, são frequentes os problemas relacionados com as perdas causadas por falta de planos otimizados de cortes em barras de aço, chapas de madeiras, esquadrias de alumínio, etc adotando-se muitas vezes, estimativas bastante elevadas quanto ao percentual destas perdas.

Neste sentido, propomos aqui, um trabalho que visa estabelecer o plano ótimo de corte que minimiza as perdas em barras de aço para estruturas de concreto armado, baseado em modelos exatos de programação matemática. Este problema conhecido como “cutting-stock“ não tem um tratamento dos mais simples no contexto de otimização, devido principalmente sua complexidade quanto a geração dos planos viáveis de corte, conforme podemos observar em: KANTOROVITCH [2], GIMORE E GOMORY [1], CAMPOS E MACULAN [3], PIERCE [4].

Consideremos o comprimento L da barra de aço a ser cortada e, sejam l_1, l_2, \dots, l_m os comprimentos desejados de corte, sendo q_1, q_2, \dots, q_m suas respectivas quantidades, de acordo com a armadura especificada.

|  PAUTA ENGENHARIA LTDA | | OTIMIZAÇÃO DE CORTE EM BARRAS DE AÇO | | | | | |
|---|------------|--------------------------------------|-----|-------------------------------|------------|--------------------|-----|
| OBRA: CONDOMÍNIO SAFIRA | | | | | | | |
| BITOLA: 10 mm | | Kg/m: 0.630 | | TAMANHO DA BARRA: 11.5 m | | TIPO DE AÇO: CA-50 | |
| PRANCHA: 12/35 | | | | PRANCHA: 33/35 VIGAS 14º ITEM | | | |
| NÚMERO | QUANTIDADE | COMP. UNIT. | OBS | NÚMERO | QUANTIDADE | COMP. UNIT. | OBS |
| 9 | 5 | 7.30 | | 11 | 6 | 2.87 | |
| 13 | 2 | 6.90 | | 13 | 8 | 1.25 | |
| 17 | 2 | 6.40 | | 14 | 2 | 1.60 | |
| 18 | 4 | 5.80 | | 21 | 2 | 1.40 | |
| 21 | 2 | 5.40 | | 36 | 4 | 2.50 | |
| 23 | 2 | 4.90 | | 38 | 2 | 1.98 | |
| 24 | 4 | 3.40 | | 41 | 8 | 2.44 | |
| 46 | 4 | 2.25 | | 42 | 1 | 4.42 | |
| 48 | 3 | 2.05 | | 43 | 4 | 1.30 | |
| 58 | 4 | 1.87 | | 46 | 1 | 3.80 | |
| 60 | 5 | 1.70 | | | | | |
| 62 | 2 | 1.50 | | | | | |
| 68 | 3 | 1.37 | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

O sistema aqui proposto é basicamente composto de três módulos:

- Geração dos planos Viáveis de Corte
- Obtenção dos Planos de Perda Mínima
- Emissão de Relatórios

No primeiro módulo, os planos de corte são gerados segundo uma técnica “branch-and-bound” onde adotamos regras de eliminações de ramificações no sentido de obter somente planos viáveis. Definimos um plano viável P_j como sendo aquele cuja perda associada é menor ou igual ao tamanho da menor barra l_i, a ser cortada, isto é:

$$P_j = (\alpha_{1j}, \alpha_{2j}, \dots, \alpha_{mj})^T \geq 0 \text{ é viável se e só se:}$$

$$0 \leq \text{Perda}_j = L - (\alpha_{1j}l_1 + \alpha_{2j}l_2 + \dots + \alpha_{mj}l_m) \leq \min_i \{l_i\} \quad (1)$$

$$\alpha_{ij} \in \{J \in \mathbb{N} \mid 0 \leq J \leq \text{INT}(L/l_i)\}, \quad i=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n \quad (2)$$

A adoção destas regras proporcionou ainda uma considerável redução nos tempos de processamento como veremos mais adiante. Neste estágio, construímos um arquivo contendo os planos viáveis com suas respectivas perdas bem como as quantidades q₁, q₂, ..., q_n, previamente estabelecidas na “armadura”.

No segundo módulo, procedemos a otimização dos planos de corte, tendo como entrada o arquivo gerado no módulo anterior. Um poderoso software LINDO que possibilita processar um modelo com até 4000 planos e 2000 tipos de barras é utilizado para fornecer a solução ótima, estabelecendo os planos de perda mínima. Uma interface com várias rotinas escritas em PROFORT Ryan-McFarland Corporation [5] é usada para emitir relatórios sobre o plano ótimo de corte apontado.

2. PLANOS DE CORTE

Nos problemas de “cutting-stick“, as gerações dos planos de corte são ratadas através de algoritmos bastante específicos que consideram não somente a redução do número de esquemas de corte, mas também o tempo despendido nesta geração. A solução numérica de alguns algoritmos de “cutting-stock“ é obtida com o uso de técnicas de relaxação lagrangeana e de otimização não diferenciável, GEOFFRION [6], SHAPIRO [7] e CAMPOS e MACULAN [3].

Propomos um algoritmo combinatório para gerar planos de corte com regras de eliminações de ramificações, objetivando a escolha a escolha somente de planos viáveis numa árvore de decisões $G = (V,A)$ onde o conjunto dos vértices V é formado pelos l_j e o conjunto dos arcos A constituído por índices α_{ij} satisfazendo a equação (2).

Passos do Algoritmo:

1. Inicialização: Dados L, l_1, l_2, \dots, l_m e q_1, q_2, \dots, q_m todos positivos.
2. Ordenar l_i em ordem decrescente: $l_1 \leq l_2 \leq \dots \leq l_m$.
3. Para $i = 1, \dots, m$, construir o vetor de limites superiores dos índices $K(i) = \text{INT}(L/l_i)$ e seja: $\#(\text{ARCOS}) = \pi_i^m = 1 K(i)$ o número de arcos a pesquisar na rede representando o número máximo de planos de corte que podem ser gerados conforme Figura 1.
4. Se $\pi_i^m = 1$, $K(i) \leq \phi$ vá ao passo 5 Senão: reduzir a Perda definida em (i) e repetir o passo 4. Φ é o número máximo de variáveis que depende da capacidade do software de Programação Linear em uso.
5. Seja $S_i = \{j \in N \mid 10 \leq j \leq K(i)\}$ $i=1, \dots, m$ Escolher somente seqüências $\{\alpha_{ij}\} \subset S_1 \times S_2 \times \dots \times S_m$ satisfazendo as equações (1) e (2) e PARE.

Observe-se que no Passo 4 do algoritmo são considerados apenas os planos de corte viáveis reduzindo-se consideravelmente o esforço computacional.

3. PLANOS DE PERDA MÍNIMA

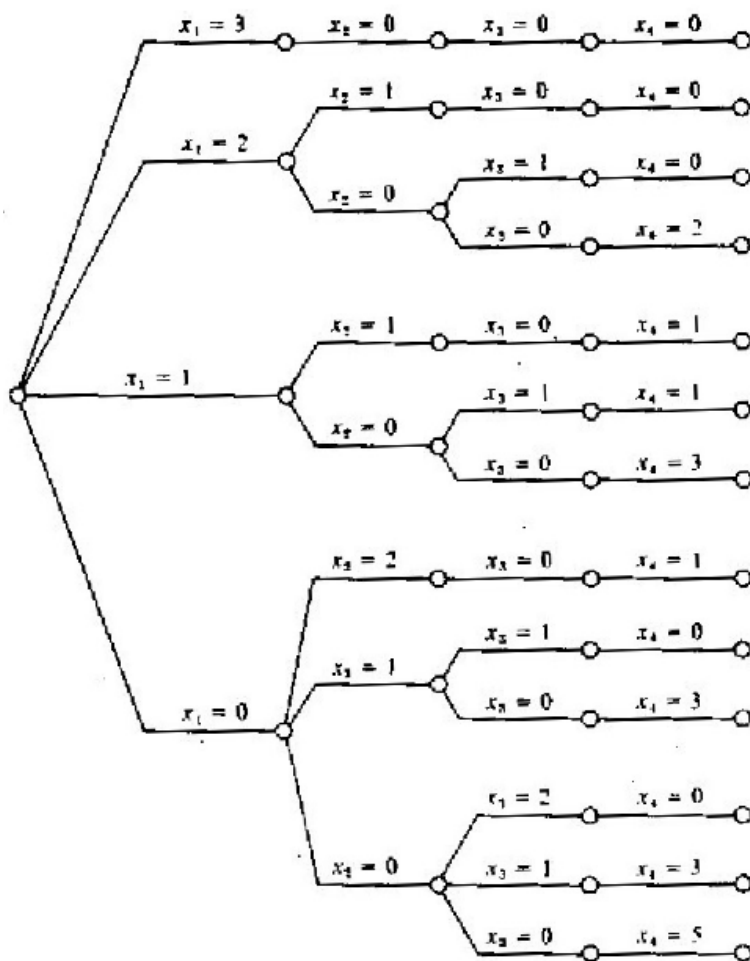
Nós consideramos o seguinte modelo de otimização para problema da perda mínima em cortes:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} &= \sum_{j=1}^n P_j \\ & \\ \text{sujeito a:} & \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} P_j \leq b_i, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \tag{3}$$

onde P_j e α_{ij} já definidos anteriormente e os b_i representam as quantidades de barras tipo i necessárias na armadura. Algumas simulações podem ser efetuadas também com a função objetivo $z = \sum_{j=1}^n \pi_j$

é a perda associada ao plano Pj. A seguir apresentamos planos de cortes gerados pelo algoritmo da seção 2 com $L = 12m$ e 8 tipos de barras necessários na armadura:

Figura 1: Gráfico de Ramificações $G = (V,A)$



```

BAT
MIN 1P0001+ 1P0002+ 1P0003+ 1P0004+ 1P0005+ ...
SUBJECT TO
L 1=( 730): 2) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005+ ...
L 2=( 690): 3) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005
L 3=( 640): 4) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005
L 4=( 580): 5) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005
L 5=( 540): 6) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005+ ...
L 6=( 490): 7) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005
L 7=( 340): 8) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005
L 8=( 225): 9) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005
L 9=( 205): 10) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005+ ...
L 10=( 187): 11) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005
L 11=( 170): 12) 0P0001+ 0P0002+ 0P0003+ 0P0004+ 0P0005
L 12=( 150): 13) 0P0001+ 1P0002+ 2P0003+ 3P0004+ 4P0005
L 13=( 137): 14) 8P0001+ 7P0002+ 6P0003+ 5P0004+ 4P0005+ ...
END
BAT
LEAVE

PERDA:
54      41      28      15      2 ...
    
```

4. ESTUDO DE UM CASO: EDIFÍCIO SAFIRA

CONDOMÍNIO SAFIRA - Fração 12 / 35

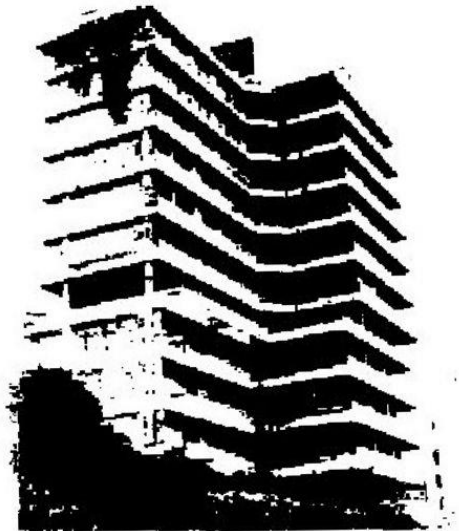
PLANO OTIMO DE CORTE:

Comprimento da barra: 11.5 m Kg/m: 0.50 Titula: 10.00

| No. de barras de 11.5 m para corte | Estimativas de Corte para cada Barra | | | | | | | | | | | | | |
|--|--------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| | Tipos de barras | | | | | | | | | | | | | |
| | 7.30 | 4.95 | 6.40 | 5.00 | 5.00 | 4.90 | 3.40 | 2.25 | 2.05 | 1.07 | 1.70 | 1.50 | 1.37 | |
| 1.02 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| 2.00 | .00 | .00 | .00 | 1.00 | .00 | .00 | 1.00 | .00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| 2.00 | .00 | .00 | .00 | 1.00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| 2.00 | .00 | .00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| 2.00 | .00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | .00 |
| 1.00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | 1.00 | .00 |
| 4.00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | 1.00 | .00 | 1.00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| Produção: | 5.00 | 2.00 | 2.00 | 4.00 | 2.00 | 2.00 | 4.00 | 4.00 | 3.00 | 4.00 | 5.00 | 2.00 | 3.00 | |

SÍNTESE DO PLANO OTIMO DE CORTE

| TIPOS DE BARRAS | No. DE BARRAS | RMS | EXCESSO (m) | TOTAL (m) | PESO (kg) |
|--|------------------|------|----------------|--------------|--------------|
| 7.30 | 5.00 | 5.00 | .00 | 36.50 | 22.95 |
| 4.95 | 2.00 | 2.00 | .00 | 13.00 | 8.49 |
| 6.40 | 2.00 | 2.00 | .00 | 12.80 | 8.06 |
| 5.00 | 4.00 | 4.00 | .00 | 22.00 | 14.02 |
| 5.00 | 2.00 | 2.00 | .00 | 10.00 | 6.39 |
| 4.90 | 2.00 | 2.00 | .00 | 9.80 | 6.17 |
| 3.40 | 4.00 | 4.00 | .00 | 13.60 | 8.57 |
| 2.25 | 4.00 | 4.00 | .00 | 9.00 | 5.67 |
| 2.05 | 3.00 | 3.00 | .00 | 6.15 | 3.87 |
| 1.07 | 4.00 | 4.00 | .00 | 7.49 | 4.71 |
| 1.70 | 5.00 | 5.00 | .00 | 8.50 | 5.36 |
| 1.50 | 2.00 | 2.00 | .00 | 3.00 | 1.89 |
| 1.37 | 3.00 | 3.00 | .00 | 4.11 | 2.59 |
| TOTAL: | | | 158.74 | 104.81 | |
| PERDA: | | | 2.26 | 1.42 | |
| No. DE BARRAS DE 11.5 m NECESSÁRIOS: 14. | | | | | |



5. REFERÊNCIAS

[01] Gilmore, P. e Gomory, R., A linear Programming Approach to the Cutting Stock, Operational Research 9, (1961).

[02] Kantorovich, L. V., Mathematical Methods of Organizing and Planning Production, Mgmt.Sci., 6, 363-422, (1960).

[03] Campos, N. H. J. e Maculan, F., Problemas de Otimização Relacionados a Cortes de Bobina de Papel, Col. Bras. Matem., Rio, (1987).

[04] Pierce, J. F., On the Solution of Integer Programming Cutting Stock Problems by Combinatorial Programming, IBM Cambridge Center, Technical Report 20-2001 (1966).

[05] Profort, Professional Fortran, Ryan-McFarland Corporation, II, (1984).

[06] Geoffrion, A.M. Lagrangean Relaxation and its Uses in Integer Programming, Mathematical Programming Study, 2 (1974).

[07] Shapiro, J.F., A Survey of Lagrangean Techniques for Discrete Optimization, Annals of Discrete Mathematics, 5 (1979).